

Dr. Kovácsné Pető Andrea

MATEMATIKA

témazáró feladatsorok

8. osztály

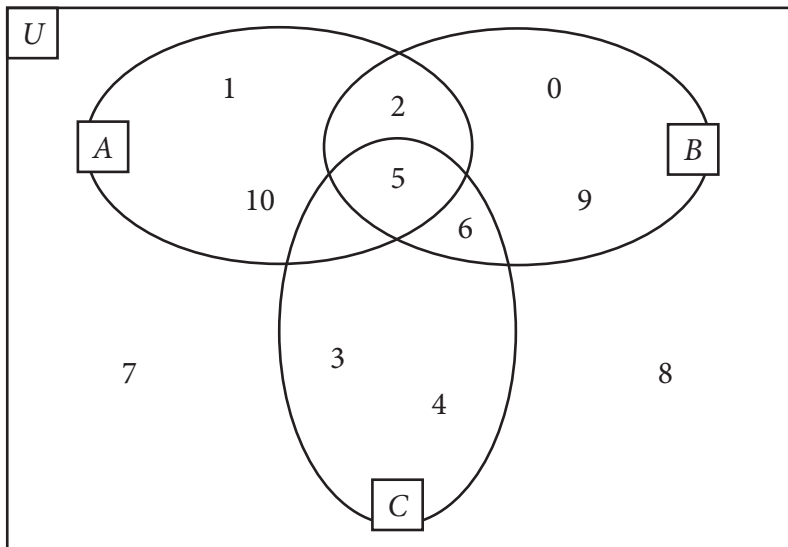
MEGOLDÁSOK

1. Témazáró feladatsor megoldása – Halmazelmélet, számhalmazok

Halmaz, halmazműveletek (unió, metszet, különbség, komplementer halmaz, részhalmaz), \mathbb{N} ; \mathbb{Z} ; \mathbb{Q} és a bennük végzett műveletek)

1. a) $A \cup B = \{b; c; e; f; g; h\}$ 1 pont
 b) $A \cap B = \{b; g\}$ 1 pont
 c) $A \setminus B = \{c; e\}$ 1 pont
 d) $B \setminus A = \{f; h\}$ 1 pont
 e) $\overline{A} = \{a; d; f; h\}$ 1 pont
 f) $\overline{A \cup B} = \{a; d\}$ 1 pont

2. $U = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ 1 pont



$A; B; C$ halmaz elemei és a kívül levő elemek 1-1 pont. 4 pont

$A \cap B = \{2; 5\}$ 1 pont

$B \setminus C = \{0; 2; 9\}$ 1 pont

$\overline{B} = \{1; 3; 4; 7; 8; 10\}$

Ha hiányos az elemek felsorolása, akkor 1 pont. 2 pont

$(A \cup C) \cap B = \{2; 5; 6\}$

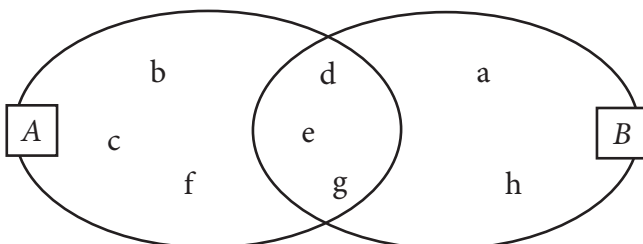
Ha hiányos az elemek felsorolása, akkor 1 pont. 2 pont

3. A metszetbe kerülő elemek 1 pont

A B halmaz „holdacskájába” kerülő elemek 1 pont

Az A halmaz „holdacskájába” kerülő elemek 1 pont

1 pont



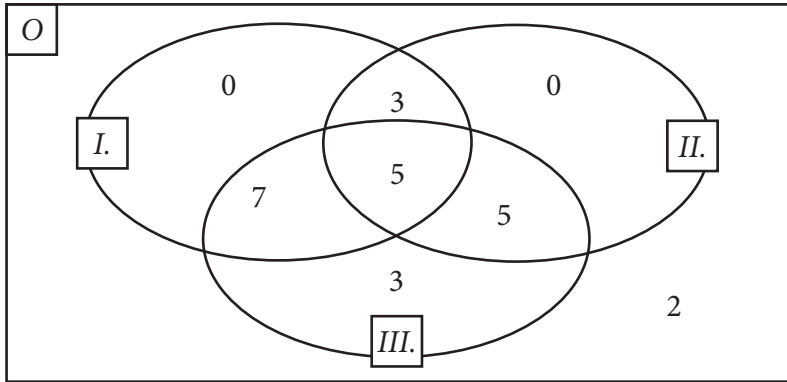
$A = \{b; c; d; e; f; g\}$ 2 pont

$B = \{a, d, e, g; h\}$ 2 pont

$A \setminus B = \{b; c; f\}$ 2 pont

Ha hiányos az elemek felsorolása, akkor 1 pont.

4.



Minden „rész” helyes kitöltése 1-1 pont.

$0 + 3 + 0 + 5 + 7 + 5 + 3 + 2 = 25$ tanuló jár az osztályba.

8 pont

1 pont

5. $5,6 \cdot [3,25 + (-4,09)] : 1,2 =$

$= 5,6 \cdot (-0,84) : 1,2 =$

kivonás: „nagyobb” számból a „kisebbet”; helyes eredmény 1-1 pont

$= -4,704 : 1,2 =$

előjel; szorzat 1-1 pont

$= -3,92$

előjel; hányados 1-1 pont

2 pont

2 pont

2 pont

6. $\frac{1}{2} : \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6} \right) - \frac{7}{8} \cdot \left(-\frac{2}{3} \right) =$

$= \frac{1}{2} : \left(\frac{9}{12} - \frac{10}{12} \right) - \frac{7}{8} \cdot \frac{2}{3} =$

közös nevező; bővítés; előjelek 1-1 pont

$= \frac{1}{2} : \left(\frac{-1}{12} \right) + \frac{7}{12} =$

tört kivonása; szorzás 1-1 pont

$= \frac{1}{2} \cdot (-12) + \frac{7}{12} =$

$= -6 + \frac{7}{12} =$

$= -\frac{72}{12} + \frac{7}{12} =$

$= -\frac{65}{12}$

3 pont

2 pont

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

Összesen: 50 pont

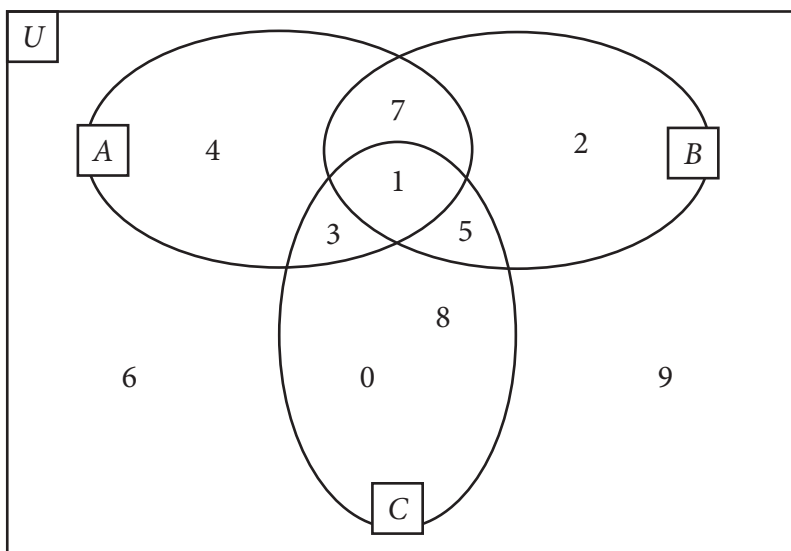
Értékelés:	45 - 50	5
	38 - 44	4
	25 - 37	3
	15 - 24	2
	0 - 14	1

1. Témazáró feladatsor megoldása – Halmazelmélet, számhalmazok

Halmaz, halmazműveletek (unió, metszet, különbség, komplementer halmaz, részhalmaz), \mathbb{N} ; \mathbb{Z} ; \mathbb{Q} és a bennük végzett műveletek

1. a) $A \cup B = \{b; c; e; f; g\}$ 1 pont
 b) $A \cap B = \{c; e; f\}$ 1 pont
 c) $A \setminus B = \{b; g\}$ 1 pont
 d) $B \setminus A = \emptyset$ 1 pont
 e) $\overline{B} = \{a; b; d; g\}$ 1 pont
 f) $A \cup B = \{a; d\}$ 1 pont

2. $U = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ 1 pont



A; B; C halmaz elemei és a kívül levő elemek 1-1 pont. 4 pont

$C \cap B = \{1; 5\}$ 1 pont

$C \setminus A = \{0; 5; 8\}$ 1 pont

$\overline{A} = \{0; 2; 5; 6; 8; 9\}$

Ha hiányos az elemek felsorolása, akkor 1 pont. 2 pont

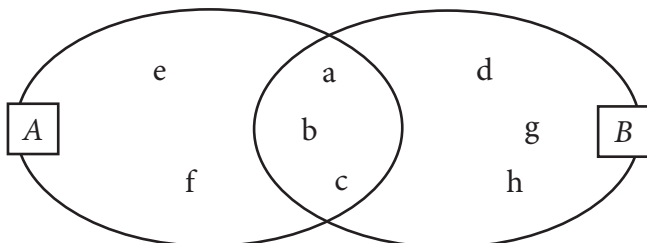
$(A \cap C) \cup B = \{1; 2; 3; 5; 7\}$

Ha hiányos az elemek felsorolása, akkor 1 pont. 2 pont

3. A metszetbe kerülő elemek 1 pont

Az A halmaz „holdacska-jába” kerülő elemek 1 pont

A B halmaz „holdacska-jába” kerülő elemek 1 pont



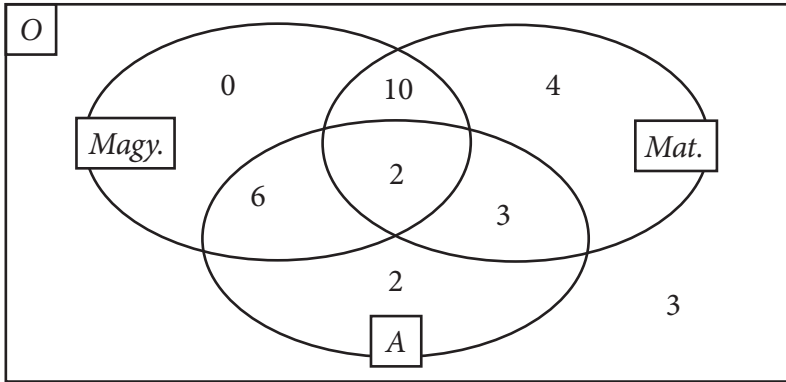
$A = \{a; b; c; e; f\}$ 2 pont

$B = \{a; b; c; d; g; h\}$ 2 pont

$B \setminus A = \{d; g; h\}$ 2 pont

Ha hiányos az elemek felsorolása, akkor 1 pont.

4.



Minden „rész” helyes kitöltése 1-1 pont.

8 pont

$0 + 10 + 4 + 2 + 6 + 3 + 2 + 3 = 30$ tanuló jár az osztályba.

1 pont

5. $1,02 : (-3,46 + 2,78) \cdot 5,4 =$

$$= 1,02 : (-0,68) \cdot 5,4 =$$

kivonás: „nagyobb” számból a „kisebbet”; helyes eredmény 1-1 pont

2 pont

$$= -1,5 \cdot 5,4 =$$

előjel; hányados 1-1 pont

2 pont

$$= -8,1$$

előjel; szorzat 1-1 pont

2 pont

6. $-\frac{5}{2} \cdot 4 - \left(-\frac{4}{5} + \frac{2}{3}\right) : \frac{3}{5} =$

$$= -10 - \left(-\frac{12}{15} + \frac{10}{15}\right) : \frac{3}{5} =$$

szorzás; közös nevező; bővítés 1-1 pont

3 pont

$$= -10 - \left(-\frac{2}{15}\right) \cdot \frac{5}{3} =$$

előjel; szorzat 1-1 pont

2 pont

$$= -10 + \frac{2}{9} =$$

előjel; szorzat 1-1 pont

2 pont

$$= -\frac{90}{9} - \frac{2}{9} =$$

1 pont

$$= -\frac{92}{9}$$

1 pont

Összesen: 50 pont		
Értékelés:	45 – 50	5
	38 – 44	4
	25 – 37	3
	15 – 24	2
	0 – 14	1

2. Témazáró feladatsor megoldása – Hatványozás, normálalak

A hatványozás azonosságai, műveletek hatványokkal, számolás a normálalakkal, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, oszthatósági szabályok

$$1. \quad \frac{4^3 \cdot 3^2 \cdot 2^3 \cdot (3^4)^2}{(2 \cdot 3^2)^5 \cdot 3^3} =$$

$$= \frac{(2^2)^3 \cdot 3^2 \cdot 2^3 \cdot 3^8}{2^5 \cdot 3^{10} \cdot 3^3} =$$

4 felírása 2 hatványaként; hatvány hatványozása; szorzat egy-egy tényezőjének hatványozása 1-1 pont 4 pont

$$= \frac{2^6 \cdot 3^{10} \cdot 2^3}{2^5 \cdot 3^{13}} =$$

hatvány hatványozása; azonos alapú hatványok szorzása a számlálóban és a nevezőben 1-1 pont 3 pont

$$= \frac{2^9 \cdot 3^{10}}{2^5 \cdot 3^{13}} =$$

azonos alapú hatványok szorzása 1 pont

$$= 2^4 \cdot 3^{-3}$$

azonos alapú hatványok osztása kétszer 1-1 pont 2 pont

$$2. \quad 81 = 3^4 \quad \text{1 pont}$$

$$1 = 3^0 \quad \text{1 pont}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = (3^{-1})^{-3} = 3^3 \quad \text{1 pont}$$

$$9^{-2} = (3^2)^{-2} = 3^{-4} \quad \text{1 pont}$$

$$\left(\frac{1}{27}\right)^{-1} = (3^{-3})^{-1} = 3^3 \quad \text{1 pont}$$

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{-2} = (3^{-2})^{-2} = 3^4 \quad \text{1 pont}$$

$$\frac{243}{81} = \frac{3^5}{3^4} = 3 \quad \text{1 pont}$$

$$9^{-2} < 1 < \frac{243}{81} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{27}\right)^{-1} < 81 = \left(\frac{1}{9}\right)^{-2} \quad \text{2 pont}$$

Hibátlan megoldás esetén 2 pont, ha valamelyik számot nem jó helyre írta, akkor 1 pont.

$$3. \quad \frac{3000^4}{0,0005 \cdot 4\,500\,000} =$$

$$= \frac{(3 \cdot 10^3)^4}{5 \cdot 10^{-4} \cdot 4,5 \cdot 10^6} =$$

mindhárom szám normálalakban való felírása 1-1 pont 3 pont

$$= \frac{3^4 \cdot 10^{12}}{22,5 \cdot 10^2} =$$

szorzat egy-egy tényezőjének hatványozása; szorzás a helyiértékes számokkal; szorzás 10 hatványaival 1-1 pont 4 pont

$$= \frac{81}{22,5} \cdot \frac{10^{12}}{10^2} =$$

$$= 3,6 \cdot 10^{10}$$

helyes hányados; azonos alapú hatványok osztása 1-1 pont 2 pont

$$4. \quad 3,5 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^4 + 4,2 \cdot 10^6 =$$

$$= 0,35 \cdot 10^6 - 0,02 \cdot 10^6 + 4,2 \cdot 10^6 =$$

az első két tag helyes átalakítása 2-2 pont 4 pont

$$= 4,53 \cdot 10^6$$

összevonás; 10 hatványa 1-1 pont 2 pont

$$5. \quad 300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

A 2^2 miatt $z = 2$.

A 3 miatt $x = 1$.

Az 5^2 miatt $y = 2$.

$$\text{Azaz } a = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^2 \cdot 7 \text{ és } b = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 11$$

$$b \text{ osztóinak a száma: } 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 = 72$$

1 pont
1 pont
1 pont
1 pont
1 pont
2 pont

$$6. \quad 36 = 9 \cdot 4, \text{ azaz a számnak 9-cel is és 4-gyel is oszthatónak kell lennie.}$$

A 4-gyel való oszthatóság miatt a $7y$ kétjegyű számnak oszthatónak kell lennie 4-gyel, azaz $y = 2$ vagy 6. 2 pont

Ha $y = 2$, akkor a számjegyek összege: $8 + 3 + 6 + 0 + x + 9 + 7 + y = 35 + x$, ezért a 9-cel való oszthatóság miatt $x = 1$. 2 pont

Ha $y = 6$, akkor a számjegyek összege: $8 + 3 + 6 + 0 + x + 9 + 7 + y = 39 + x$, ezért a 9-cel való oszthatóság miatt $x = 6$. 2 pont

Tehát a két 8-jegyű szám: 83 601 972 és 83 606 976.

1 pont

Összesen: 50 pont		
Értékelés:	45 – 50	5
	38 – 44	4
	25 – 37	3
	15 – 24	2
	0 – 14	1

2. Témazáró feladatsor megoldása – Hatványozás, normálalak

A hatványozás azonosságai, műveletek hatványokkal, számolás a normálalakkal, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, oszthatósági szabályok

$$1. \quad \frac{(5 \cdot 2^2)^3 \cdot 5^6 \cdot 4^2}{25 \cdot 2^5 \cdot (5^3)^2} =$$

$$= \frac{5^3 \cdot 2^6 \cdot 5^6 \cdot (2^2)^2}{5^2 \cdot 2^5 \cdot 5^6} =$$

szorzat egy-egy tényezőjének hatványozása; 4 felírása 2 hatványaként; 25 hatványalak- 5 pont
ja; hatvány hatványozása 1-1 pont

$$= \frac{5^9 \cdot 2^6 \cdot 2^4}{5^8 \cdot 2^5} =$$

azonos alapú hatványok szorzása a számlálóban és a nevezőben; hatvány hatványozá- 3 pont
sa; 1-1 pont

$$= \frac{5^9 \cdot 2^{10}}{5^8 \cdot 2^5} =$$

azonos alapú hatványok szorzása 1 pont

$$= 5 \cdot 2^5$$

azonos alapú hatványok osztása kétszer 1-1 pont 2 pont

$$2. \quad \left(\frac{1}{8}\right)^{-2} = (2^{-3})^{-2} = 2^6 \quad 1 \text{ pont}$$

$$4^0 = 1 = 2^0 \quad 1 \text{ pont}$$

$$\left(\frac{1}{16}\right)^3 = (2^{-4})^3 = 2^{12} \quad 1 \text{ pont}$$

$$2^3 \cdot 2^5 = 2^8 \quad 1 \text{ pont}$$

$$8^{-3} = (2^3)^{-3} = 2^{-9} \quad 1 \text{ pont}$$

$$\frac{1024}{64} = \frac{2^{10}}{2^8} = 2^2 \quad 1 \text{ pont}$$

$$32^{-2} = (2^5)^{-2} = 2^{10} \quad 1 \text{ pont}$$

$$2^3 \cdot 2^5 > \left(\frac{1}{8}\right)^{-2} > \frac{1024}{64} > 4^0 > 8^{-3} > 32^{-2} > \left(\frac{1}{16}\right)^3 \quad 2 \text{ pont}$$

Hibátlan megoldás esetén 2 pont, ha valamelyik számot nem jó helyre írta, akkor 1 pont.

3. $\frac{0,004 \cdot 5\,000\,000}{2000^3} =$

$$= \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^6}{(2 \cdot 10^3)^3} =$$

mindhárom szám normálalakban való felírása 1-1 pont 3 pont

$$= \frac{20 \cdot 10^3}{2^3 \cdot 10^9} =$$

szorzás a helyiértékes számokkal; szorzás 10 hatványaival; szorzat egy-egy tényezőjének hatványozása 1-1 pont 4 pont

$$= 2,5 \cdot 10^{-6}$$

helyes hányados; azonos alapú hatványok osztása 1-1 pont 2 pont

4. $5,5 \cdot 10^5 - 2,5 \cdot 10^4 + 1,2 \cdot 10^3 =$
 $= 5,5 \cdot 10^5 - 0,25 \cdot 10^5 + 0,012 \cdot 10^5 =$

a második és a harmadik tag helyes átalakítása 2-2 pont 4 pont

$$= 5,262 \cdot 10^5$$

összevonás; 10 hatványa 1-1 pont 2 pont

5. Mivel $[a; b] = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 11$ és $a = 2^2 \cdot 3^x \cdot 5$; $b = 2^y \cdot 5^z \cdot 11^v$

2^3 miatt $y = 3$ 1 pont

3^2 miatt $x = 2$ 1 pont

5^2 miatt $z = 2$ 1 pont

11 miatt $v = 1$ 1 pont

Azaz $a = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$; és $b = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 11$ 1 pont

b osztóinak a száma: $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ 2 pont

6. $24 = 8 \cdot 3$, azaz a számnak 8-cal is és 3-mal is oszthatónak kell lennie. 1 pont

A 8-cal való oszthatóság miatt a 91y háromjegyű számnak oszthatónak kell lennie 8-cal, azaz $y = 2$. 2 pont

Ekkor a számjegyek összege: $5 + 2 + 4 + x + 3 + 9 + 1 + y = 26 + x$, ezért a 3-mal való oszthatóság miatt $x = 1$ vagy 4 vagy 7. 2 pont

Tehát a három 8-jegyű szám: 52 413 912; 52 443 912 és 52 473 912. 3 pont

Összesen: 50 pont		
Értékelés:	45 – 50	5
	38 – 44	4
	25 – 37	3
	15 – 24	2
	0 – 14	1

3. Témazáró feladatsor megoldása – Százalékszámítás, algebra

Arányosság, százalékszámítás; algebra, nevezetes azonosságok

1. 1. megoldási mód:

$$\begin{array}{l} 2 \text{ óra } 20 \text{ perc} = 2\frac{1}{3} \text{ óra} = \frac{7}{3} \text{ óra} \rightarrow 280 \text{ km} \quad 1 \text{ pont} \\ ? \text{ óra} \quad \quad \quad \rightarrow 500 \text{ km} \quad 1 \text{ pont} \end{array}$$

$$\frac{500}{280} = \frac{25}{14}, \text{ ezért} \quad 2 \text{ pont}$$

$$\frac{25}{14} \cdot \frac{7}{3} \text{ óra} = \frac{25}{6} \text{ óra alatt teszi meg az utat.} \quad 2 \text{ pont}$$

2. megoldási mód:

$$\begin{array}{l} 2 \text{ óra } 20 \text{ perc} = 140 \text{ perc} \quad 1 \text{ pont} \\ 140 \text{ perc} \rightarrow 280 \text{ km} \\ ? \text{ perc} \rightarrow 500 \text{ km} \quad 1 \text{ pont} \end{array}$$

Mivel a 140 a 280-nak a fele, ezért a ? is az 500 fele kell hogy legyen. 2 pont
 $500 : 2 = 250$, azaz 250 perc alatt teszi meg az utat. 2 pont

3. megoldási mód:

$$\begin{array}{l} 2 \text{ óra } 20 \text{ perc} = 140 \text{ perc} \quad 1 \text{ pont} \\ 140 \text{ perc} \rightarrow 280 \text{ km} \quad 1 \text{ pont} \\ 1 \text{ perc} \rightarrow 280 \text{ km} : 140 = 2 \text{ km} \quad 2 \text{ pont} \\ 250 \text{ perc} \rightarrow 500 \text{ km, mert az 500-nak a fele } 250. \quad 2 \text{ pont} \end{array}$$

2. 1. megoldási mód:

$$\text{A gyorsvonat } 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} \text{ átlagsebességgel } 1,5 \text{ óra alatt} \quad 1 \text{ pont}$$

$$100 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1,5 \text{ h} = 150 \text{ km utat tesz meg.} \quad 2 \text{ pont}$$

$$\text{A tehervonat ugyanezt a } 150 \text{ km-t } 30 \frac{\text{km}}{\text{h}} \text{ sebességgel} \quad 1 \text{ pont}$$

$$150 \text{ km} : 30 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5 \text{ óra alatt teszi meg.} \quad 2 \text{ pont}$$

2. megoldási mód:

$$100 \frac{\text{km}}{\text{h}} \rightarrow 1,5 \text{ h} \quad 1 \text{ pont}$$

Mivel fordított arányosságról van szó, ezért: 1 pont
 (itt akkor is jár a pont, ha a szöveget nem írja le, de látszik a helyes következtetés)

$$10 \frac{\text{km}}{\text{h}} \rightarrow 1,5 \text{ h} \cdot 10 = 15 \text{ h} \quad 2 \text{ pont}$$

$$30 \frac{\text{km}}{\text{h}} \rightarrow 15 \text{ h} : 3 = 5 \text{ h} \quad 2 \text{ pont}$$

3. megoldási mód:

Mivel fordított arányosságról van szó, ezért az összetartozó értékpárok szorzata állandó:

(itt akkor is jár a pont, ha a szöveget nem írja le, de látszik a helyes következtetés) 2 pont

$$1,5 \cdot 100 = 30 \cdot x \quad 2 \text{ pont}$$

$$150 = 30x \quad /: 30 \quad 1 \text{ pont}$$

$$x = 5 \quad 1 \text{ pont}$$

3. A háromszög oldalai $3x$; $4x$ és $5x$ hosszúságúak. 1 pont

A leghosszabb oldala: $5x = 30 \text{ cm} \rightarrow x = 6 \text{ cm}$. 2 pont

A legrövidebb oldala: $3x = 3 \cdot 6 \text{ cm} = 18 \text{ cm}$. 1 pont

A középső oldala: $4x = 4 \cdot 6 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$. 1 pont

A háromszög kerülete: $K = a + b + c = 30 \text{ cm} + 18 \text{ cm} + 24 \text{ cm} =$ 1 pont

$= 72 \text{ cm}$ 1 pont

4. 1. megoldási mód:

Eredeti ár: x Ft. Az emelt ár $1,1x$ Ft. 1 pont

A végső ár $1,1x \cdot 0,8 = 0,88x$ 2 pont

$0,88x = 44\,000 \text{ Ft} \rightarrow x = 50\,000 \text{ Ft}$ volt az eredeti ár. 2 pont

Azaz az eredeti ár a 88%-ára csökkent. 2 pont

2. megoldási mód:

$80\% \rightarrow 44\,000 \text{ Ft}$ 1 pont

$1\% \rightarrow 550 \text{ Ft}$ 1 pont

$100\% \rightarrow 55\,000 \text{ Ft}$ 1 pont

A 20%-os csökkenés előtt $55\,000 \text{ Ft}$ volt az ára.

$110\% \rightarrow 55\,000 \text{ Ft}$ 1 pont

$1\% \rightarrow 500 \text{ Ft}$ 1 pont

$100\% \rightarrow 50\,000 \text{ Ft}$ 1 pont

Az eredeti ár $50\,000 \text{ Ft}$ volt.

$44\,000 : 50\,000 \cdot 100\% = 88\%$ -ára csökkent. 1 pont

5. $5x(3xy - 6y^2) - 3xy(2y + 7x) =$
 $= 15x^2y - 30xy^2 - 6xy^2 - 21x^2y =$ 2 pont

(tagonként 0,5 pont)
 $= -6x^2y - 36xy^2 =$ 2 pont

(tagonként 1 pont)
 $= -6xy(x + 6y) =$ 2 pont

(tényezőnként 1 pont)

$$= -6 \cdot (-3) \cdot \frac{2}{3} \left(-3 + 6 \cdot \frac{2}{3} \right) = \quad 1 \text{ pont}$$

$$= 18 \cdot \frac{2}{3} (-3 + 4) = \quad 1 \text{ pont}$$

$$= 12 \cdot 1 = 12 \quad 1 \text{ pont}$$

6. $(3x - 4y)^2 = 9x^2 - 24xy + 16y^2$ 3 pont

(tagonként 1 pont)

$(3x - 4y)(3x + 4y) = 9x^2 - 16y^2$ 2 pont

(tagonként 1 pont)

$\left(\frac{1}{2}x + 0,6\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 + 0,6x + 0,36$ 3 pont

(tagonként 1 pont)

7. $(a - 2)(a + 3) + (a - 1)(5 + a) =$
 $= a^2 + 3a - 2a - 6 + 5a + a^2 - 5 - a =$ 4 pont

(tagonként 0,5 pont)

$= 2a^2 + 5a - 11$ 3 pont

(tagonként 1 pont)

Összesen: 50 pont		
Értékelés:	45 - 50	5
	38 - 44	4
	25 - 37	3
	15 - 24	2
	0 - 14	1

B csoport

3. Témazáró feladatsor megoldása – Százalékszámítás, algebra

Arányosság, százalékszámítás; algebra, nevezetes azonosságok

1. megoldási mód:

5 munkás → 300 m²-t és fel 1 pont

2 munkás → ? m²-t és fel 1 pont

1 munkás → $300 \text{ m}^2 : 5 = 60 \text{ m}^2$ -t és fel 2 pont

2 munkás → $60 \text{ m}^2 \cdot 2 = 120 \text{ m}^2$ -t és fel 2 pont

2. megoldási mód:

5 munkás → 300 m²-t és fel 1 pont

2 munkás → ? m²-t és fel 1 pont

Mivel a 2 az 5-nek $\frac{2}{5}$ -szerese, és 1 pont

egyenes arányosságról van szó (szöveg nélkül is jár a pont, ha helyes a következtetés) 1 pont

$300 \cdot \frac{2}{5} = 120$, azaz 120 m²-t és fel 2 pont

2. 1. megoldási mód:

5 munkás → 4 nap alatt 1 pont

2 munkás → ? nap alatt 1 pont

1 munkás → $5 \cdot 4$ nap alatt = 20 nap alatt 2 pont

2 munkás → $20 \text{ nap} : 2 = 10$ nap alatt 2 pont

2. megoldási mód:

Mivel fordított arányosságról van szó, ezért az összetartozó értékpárok szorzata állandó:

(itt akkor is jár a pont, ha a szöveget nem írja le, de látszik a helyes következtetés) 2 pont

$5 \cdot 4 = 2x$ 2 pont

$2x = 20$ 1 pont

$x = 10$ nap alatt 1 pont

3. megoldási mód:

5 munkás → 4 nap alatt 1 pont

2 munkás → ? nap alatt 1 pont

Mivel a 2 az 5-nek $\frac{2}{5}$ -szerese, és 1 pont

mivel fordított arányosságról van szó 1 pont

(itt akkor is jár a pont, ha a szöveget nem írja le, de látszik a helyes következtetés)

$4 \cdot \frac{5}{2} = 10$ nap alatt 2 pont

3. A háromszög szögei: $\alpha = 3x$; $\beta = 4x$ és $\gamma = 5x$.

1 pont

A belső szögek összege: $3x + 4x + 5x = 180^\circ$. 1 pont

$12x = 180^\circ$ 1 pont

$x = 15^\circ$ 1 pont

A háromszög szögei: $\alpha = 3 \cdot 15^\circ = 45^\circ$ 1 pont

$\beta = 4 \cdot 15^\circ = 60^\circ$ 1 pont

$\gamma = 5 \cdot 15^\circ = 75^\circ$ 1 pont

4. 1. megoldási mód:

$80\,000 \text{ Ft} \cdot 0,9^3 =$ 2 pont

$= 80\,000 \text{ Ft} \cdot 0,729 =$ 2 pont

$= 58\,320 \text{ Ft}$ a termék végső ára. 1 pont

$58\,320 \text{ Ft} : 80\,000 \text{ Ft} = 0,729$, azaz 1 pont

a termék végső ára az eredeti 72,9%-a. 1 pont

2. megoldási mód:

Eredetileg: 80 000 Ft

Az első csökkenés után: $80\,000 \text{ Ft} \cdot 0,9 = 72\,000 \text{ Ft}$ 1 pont

A második csökkenés után: $72\,000 \text{ Ft} \cdot 0,9 = 64\,800 \text{ Ft}$ 2 pont

A harmadik csökkenés után: $64\,800 \text{ Ft} \cdot 0,9 = 58\,320 \text{ Ft}$ 2 pont

$58\,320 \text{ Ft} : 80\,000 \text{ Ft} = 0,729$, azaz 1 pont

a termék végső ára az eredeti 72,9%-a. 1 pont

5. $4xy(3y - 6x) - 2y(2xy + 7x^2) =$ 2 pont
 $= 12xy^2 - 24x^2y - 4xy^2 - 14x^2y =$
 (tagonként 0,5 pont)
 $= 8xy^2 - 38x^2y =$ 2 pont
 (tagonként 1 pont)
 $= 2xy(4y - 19x) =$ 2 pont
 (tényezőnként 1 pont)
 $= 2 \cdot (-4) \cdot \frac{3}{2} \cdot \left[4 \cdot \frac{3}{2} - 19 \cdot (-4) \right] =$ 1 pont
 $= -8 \cdot \frac{3}{2} \cdot (6 + 76) =$ 1 pont
 $= -12 \cdot 82 = -984$ 1 pont
6. $(2a - 3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2$ 3 pont
 (tagonként 1 pont)
 $(2a - 3b)(2a + 3b) = 4a^2 - 9b^2$ 2 pont
 (tagonként 1 pont)
 $\left(\frac{1}{3}a + 0,9\right)^2 = \frac{1}{9}a^2 + 0,6a + 0,81$ 3 pont
 (tagonként 1 pont)
7. $(4 + x)(x + 1) + (x - 3)(x + 2) =$
 $= 4x + 4 + x^2 + x + x^2 + 2x - 3x - 6 =$ 4 pont
 (tagonként 0,5 pont)
 $= 2x^2 + 4x - 2$ 3 pont
 (tagonként 1 pont)

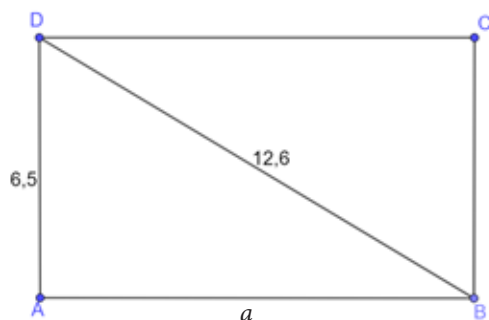
Összesen: 50 pont		
Értékelés:	45 - 50	5
	38 - 44	4
	25 - 37	3
	15 - 24	2
	0 - 14	1

4. Témazáró feladatsor megoldása – Síkgeometriai számítások és szerkesztések

Síkidomok, sokszögek; Pitagorasz tétele; kör és részei; kerület és területszámítás

1. Vázlat:

2 pont



Pitagorasz tétele szerint:

$$a^2 + 6,5^2 = 12,6^2, \text{ amiből}$$

$$a^2 = 12,6^2 - 6,5^2$$

$$a^2 = 158,76 - 42,25 = 116,51$$

$$a = 10,79 \text{ cm} \approx 10,8 \text{ cm}$$

$$K = 2(a + b) = 2(10,8 + 6,5)$$

$$K = 34,6 \text{ cm}$$

$$T = a \cdot b = 10,8 \cdot 6,5$$

$$T = 70,2 \text{ m}^2$$

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

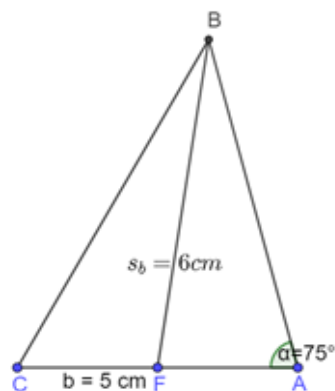
1 pont

1 pont

1 pont

2. Vázlat:

2 pont



A szerkesztés menete:

1. $b = 5 \text{ cm}$ hosszúságú szakasz felvétele $\rightarrow A$ és C pont

2. A b szakasz megfelelése $\rightarrow F$ pont

3. A -ba 75° -os szög szerkesztése

4. F középpontú 6 cm sugarú körív $\rightarrow B$ pont

(A 2. és a 3. lépés felcserélhető.)

Szerkesztés

1 pont

1 pont

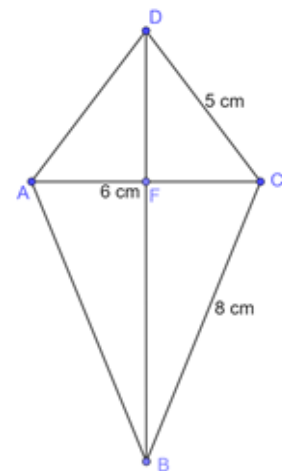
2 pont

1 pont

2 pont

3. Vázlat:

2 pont



$$FC = 6 \text{ cm} : 2 = 3 \text{ cm}$$

Pitagorasz számhármass miatt az FCD háromszögből

$$DF = 4 \text{ cm}$$

Pitagorasz tétele az FCB háromszögre:

$$FB^2 = 8^2 - 3^2$$

$$FB = \sqrt{55} \text{ cm} \approx 7,4 \text{ cm}$$

$$BD = 4 \text{ cm} + 7,4 \text{ cm} = 11,4 \text{ cm}$$

$$T = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{6 \cdot 11,4}{2}$$

$$T = 34,2 \text{ cm}^2$$

1 pont

2 pont

1 pont

2 pont

1 pont

1 pont

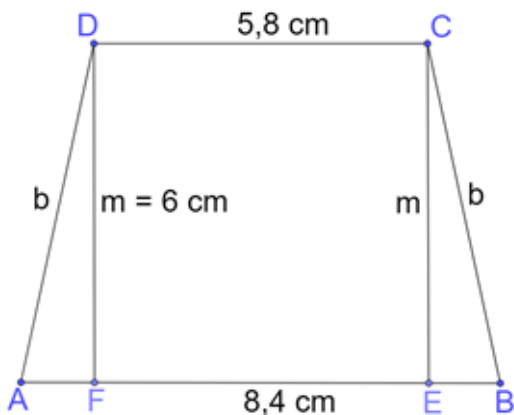
1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

4. Vázlat:



$$AF = (8,4 \text{ cm} - 5,8 \text{ cm}) : 2 = 1,3 \text{ cm}$$

Pitagorasz tétele az AFD háromszögre:

$$b^2 = 6^2 + 1,3^2$$

$$b = \sqrt{37,69} \text{ cm} \approx 6,1 \text{ cm}$$

$$T = \frac{a + c}{2} \cdot m = \frac{8,4 + 5,8}{2} \cdot 6$$

$$T = 42,6 \text{ cm}^2$$

$$K = a + c + 2b = 8,4 + 5,8 + 2 \cdot 6,1$$

$$K = 26,4 \text{ cm}$$

2 pont

2 pont

1 pont

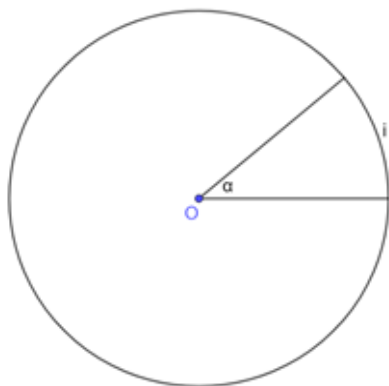
2 pont

2 pont

1 pont

1 pont

5. Vázlat:



$$T = r^2 \cdot \pi = 201, \text{ amiből}$$

$$r^2 \approx 64, \text{ azaz } r = 8 \text{ cm}$$

$$\frac{22,3}{201} = 0,11$$

$$0,11 = \frac{\alpha}{360^\circ}, \text{ amiből}$$

$$\alpha \approx 40^\circ$$

$$i = \frac{2r\pi \cdot \alpha}{360^\circ} =$$

$$\approx 5,6 \text{ cm}$$

2 pont

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

2 pont

Összesen: 50 pont

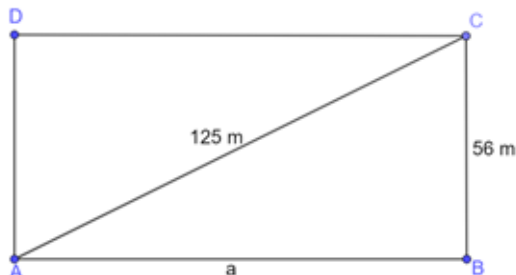
Értékelés:	45 - 50	5
	38 - 44	4
	25 - 37	3
	15 - 24	2
	0 - 14	1

4. Témazáró feladatsor megoldása – Síkgeometriai számítások és szerkesztések

Síkídomok, sokszögek; Pitagorasz tétele; kör és részei; kerület és területszámítás

1. Vázlat:

2 pont



Pitagorasz tétele szerint:

$$a^2 + 56^2 = 125^2, \text{ amiből}$$

$$a^2 = 125^2 - 56^2$$

$$a^2 = 15\,625 - 3\,136 = 12\,489$$

$$a = 111,75 \text{ m} \approx 111,8 \text{ m}$$

$$K = 2(a + b) = 2(56 + 111,8)$$

$$K = 335,6 \text{ m}$$

$$T = a \cdot b = 56 \cdot 111,8$$

$$T = 6260,8 \text{ m}^2$$

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

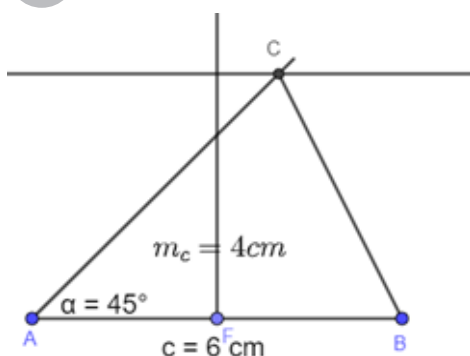
1 pont

1 pont

1 pont

2. Vázlat:

2 pont



A szerkesztés menete:

1. $c = 6 \text{ cm}$ hosszúságú szakasz felvétele $\rightarrow A$ és B pont

2. A c oldallal párhuzamos szerkesztése attól 4 cm távolságra

2. A-ba 45° -os szög szerkesztése $\rightarrow C$ pont
(A 2. és a 3. lépés felcserélhető.)

Szerkesztés

1 pont

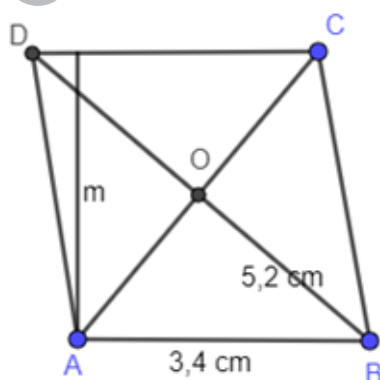
2 pont

2 pont

2 pont

3. Vázlat:

2 pont



$$BO = 5,2 \text{ cm} : 2 = 2,6 \text{ cm}$$

Az ABO háromszögből: $AO^2 = 3,4^2 - 2,6^2$

$$AO^2 = 11,56 - 6,76 = 4,8, \text{ amiből } AO \approx 2,2 \text{ cm}$$

A másik átló hossza: $2,2 \text{ cm} \cdot 2 = 4,4 \text{ cm}$

$$T = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{5,2 \cdot 4,4}{2}$$

$$T = 11,44 \text{ cm}^2$$

$T = a \cdot m$, azaz $11,44 = 3,4 \cdot m$, amiből

$$m = 11,44 : 3,4 \approx 3,4 \text{ cm}$$

1 pont

1 pont

2 pont

1 pont

1 pont

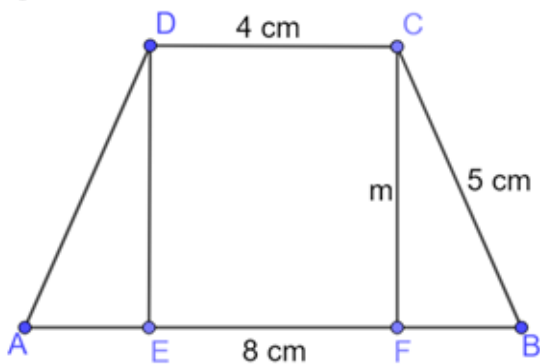
1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

4. Vázlat:



$$FB = (8 \text{ cm} - 4 \text{ cm}) : 2 = 2 \text{ cm}$$

Pitagorasz tétele az FBC háromszögre:

$$m^2 = 5^2 - 2^2$$

$$m = \sqrt{21} \text{ cm} \approx 4,6 \text{ cm}$$

$$T = \frac{a + c}{2} \cdot m = \frac{8 + 4}{2} \cdot 4,6$$

$$T = 27,6 \text{ cm}^2$$

$$K = a + c + 2b = 8 + 4 + 2 \cdot 5$$

$$K = 22 \text{ cm}$$

2 pont

2 pont

1 pont

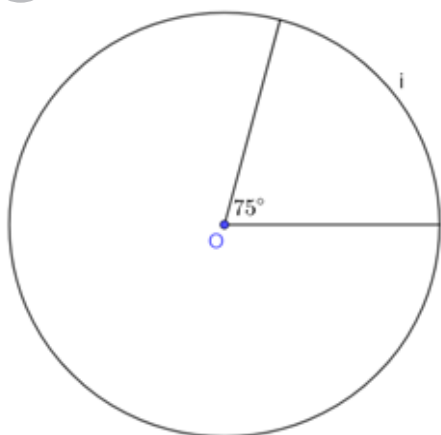
2 pont

2 pont

1 pont

1 pont

5. Vázlat:



$$T = \frac{r^2 \pi \cdot \alpha}{360^\circ} = 32, \text{ amiből}$$

$$r^2 = \frac{32 \cdot 360^\circ}{75^\circ \cdot \pi} \approx 49, \text{ azaz } r = 7 \text{ cm}$$

$$i = \frac{2r\pi \cdot \alpha}{360^\circ} = \frac{2 \cdot 7 \cdot \pi \cdot 75^\circ}{360^\circ}$$

$$i \approx 9,2 \text{ cm}$$

$$K = 2r\pi = 2 \cdot 7 \cdot \pi$$

$$K \approx 44 \text{ cm}$$

2 pont

1 pont

2 pont

2 pont

1 pont

1 pont

1 pont

Összesen: 50 pont		
Értékelés:	45 - 50	5
	38 - 44	4
	25 - 37	3
	15 - 24	2
	0 - 14	1

5. Témazáró feladatsor megoldása – Térgeometriai számítások

Hasábok, henger, gúla és gömb; felszín és térfogatszámítás

1. A doboz téglatest alakú, melynek méretei:

hosszúság: $a = 6 \cdot 2 \text{ cm} + 2 \text{ mm} = 12,2 \text{ cm}$

szélesség: $b = 4 \cdot 2 \text{ cm} + 2 \text{ mm} = 8,2 \text{ cm}$

magasság: $c = 2 \cdot 2 \text{ cm} + 2 \text{ mm} = 4,2 \text{ cm}$

$V = abc = 12,2 \cdot 8,2 \cdot 4,2$

$V = 420,168 \text{ cm}^3 \approx 420,17 \text{ cm}^3$ a doboz térfogata.

2 pont

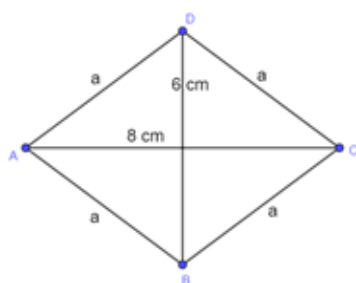
2 pont

2 pont

1 pont

2 pont

2. Vázlat:



$$T = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2}$$

$$T = 24 \text{ cm}^2$$

$$V = T \cdot M = 24 \cdot 12$$

$$V = 288 \text{ cm}^3$$

$$a^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16$$

$$a = 5 \text{ cm}$$

$$A = 2 \cdot T + K \cdot M = 2 \cdot T + 4 \cdot a \cdot M = 2 \cdot 24 + 4 \cdot 5 \cdot 12$$

$$A = 288 \text{ cm}^2$$

2 pont

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

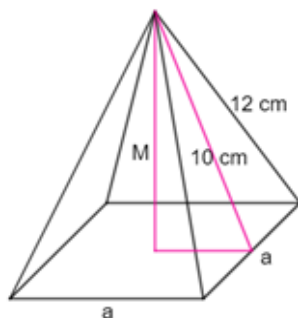
2 pont

1 pont

2 pont

1 pont

3. Vázlat:



$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 12^2 - 10^2 = 44$$

$$a \approx 13,27 \text{ cm}$$

$$M^2 = 10^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 100 - 44$$

$$M \approx 7,48 \text{ cm}$$

$$V = \frac{T \cdot M}{3} = \frac{a^2 \cdot 7,48}{3} = 13,27^2 \cdot 2,49$$

$$V \approx 438,47 \text{ cm}^3$$

$$A = T + 4 \cdot \frac{a \cdot m_a}{2} = a^2 + 2 \cdot 13,27 \cdot 10 = 176,09 + 265,4$$

$$A = 441,49 \text{ cm}^2$$

2 pont

2 pont

1 pont

2 pont

1 pont

2 pont

2 pont

1 pont

2 pont

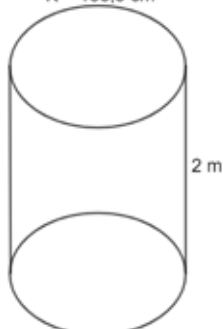
1 pont

2 pont

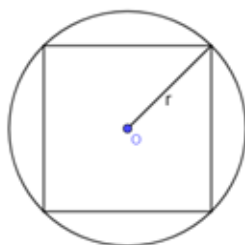
1 pont

- 4.

$K = 188,5 \text{ cm}$



Vázlat:



1. megoldás:

$$K = 2 \cdot r \cdot \pi \rightarrow r = K : 2 : \pi$$

$$r = 188,5 \text{ cm} : 2 : \pi \approx 30 \text{ cm}$$

Fatörzs:

$$A = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + K \cdot M, \text{ ahol } M = 2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$$

$$A = 2 \cdot 30^2 \cdot \pi + 188,5 \cdot 200$$

$$A \approx 43\,354,9 \text{ cm}^2 \text{ } (\pi\text{-vel számolva}), \text{ vagy}$$

$$A \approx 43\,352 \text{ cm}^2 \text{ } (3,14\text{-dal számolva)}$$

2 pont

1 pont

1 pont

2 pont

2 pont

1 pont

1 pont

1 pont

$$V = T \cdot M = r^2 \cdot \pi \cdot M = 30^2 \cdot \pi \cdot 200 \quad 1 \text{ pont}$$

$$V \approx 565\,486,7 \text{ cm}^3 \text{ } (\pi\text{-vel számolva}), \text{ vagy}$$

$$V \approx 565\,200 \text{ cm}^3 \text{ } (3,14\text{-dal számolva}) \quad 1 \text{ pont}$$

Gerenda:

$$V = T \cdot M = \frac{2r \cdot 2r}{2} \cdot 200 \quad 2 \text{ pont}$$

$$V = 2 \cdot 30^2 \cdot 200$$

$$V = 360\,000 \text{ cm}^3 \quad 1 \text{ pont}$$

Térfogat: $360\,000 : 565\,486,7 \approx 0,6$ -szerese a gerenda térfogata a fatörzsének, vagy

$$360\,000 : 565\,200 \approx 0,6 \quad 2 \text{ pont}$$

2. megoldásnál a térfogat kiszámítása nélkül:

A két test térfogatának aránya megegyezik az alaplapok területeinek arányával, mert a két test magassága egyenlő.

$$T_{\text{négyszet}} = \frac{(2r)^2}{2} = \frac{4r^2}{2} = \frac{4 \cdot 30^2}{2} \quad 2 \text{ pont}$$

$$T_{\text{négyszet}} = 1800 \text{ cm}^2 \quad 1 \text{ pont}$$

$$T_{\text{kör}} = r^2 \cdot \pi = 30^2 \cdot \pi \quad 1 \text{ pont}$$

$$T_{\text{kör}} \approx 2827,4 \text{ cm}^2 \text{ } (\pi\text{-vel számolva}), \text{ vagy}$$

$$T_{\text{kör}} = 2826 \text{ cm}^2 \text{ } (3,14\text{-dal számolva}) \quad 1 \text{ pont}$$

$$T_{\text{négyszet}} : T_{\text{kör}} = 1800 : 2826 \quad 1 \text{ pont}$$

$$T_{\text{négyszet}} : T_{\text{kör}} \approx 0,6 \quad 1 \text{ pont}$$

Összesen: 50 pont		
Értékelés:	45 – 50	5
	38 – 44	4
	25 – 37	3
	15 – 24	2
	0 – 14	1

5. Témazáró feladatsor megoldása – Térgeometriai számítások

Hasábok, henger, gúla és gömb; felszín és térfogatszámítás

1. A doboz négyzetesoszlop alakú, melynek méretei:

$$a = 6,5 \text{ cm} + 3 \text{ mm} = 6,8 \text{ cm}$$

$$b = a = 6,5 \text{ cm} + 3 \text{ mm} = 6,8 \text{ cm}$$

$$c = m = 6,5 \text{ cm} \cdot 4 + 3 \text{ mm} = 26,3 \text{ cm}$$

$$V = a \cdot b \cdot c = 6,8 \cdot 6,8 \cdot 26,3$$

$$V = 1216,112 \text{ cm}^3$$

$$V \approx 1216,11 \text{ cm}^3 \text{ a doboz térfogata.}$$

2 pont

1 pont

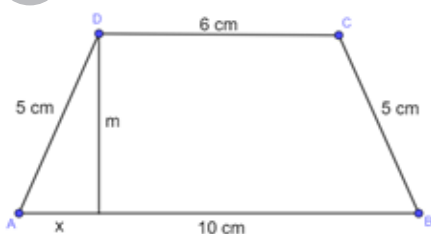
2 pont

2 pont

1 pont

1 pont

2. Vázlat:



$$x = (10 \text{ cm} - 6 \text{ cm}) : 2 = 2 \text{ cm}$$

$$m^2 = 5^2 - 2^2 = 25 - 4$$

$$m \approx 4,6 \text{ cm}$$

$$T = \frac{a + c}{2} \cdot m = \frac{6 + 10}{2} \cdot 4,6$$

$$T = 36,8 \text{ cm}^2$$

$$V = T \cdot M = 36,8 \cdot 8$$

$$V = 294,4 \text{ cm}^3$$

$$A = 2 \cdot T + K \cdot M = 2 \cdot T + (10 + 2 \cdot 5 + 6) \cdot M =$$

$$= 2 \cdot 36,8 + 26 \cdot 8$$

$$A = 281,6 \text{ cm}^2$$

2 pont

1 pont

2 pont

1 pont

1 pont

1 pont

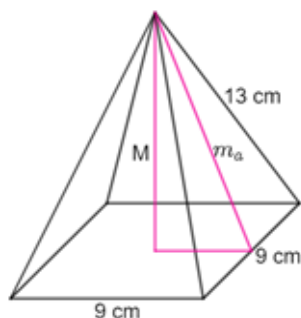
1 pont

1 pont

2 pont

1 pont

3. Vázlat:



$$m_a^2 = 13^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 169 - 20,25 = 148,75$$

$$m_a \approx 12,20 \text{ cm}$$

$$M^2 = m_a^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 148,75 - 20,25$$

$$M \approx 11,34 \text{ cm}$$

$$V = \frac{T \cdot M}{3} = \frac{9^2 \cdot 11,34}{3} = 81 \cdot 3,78$$

$$V \approx 306,18 \text{ cm}^3$$

$$A = T + 4 \cdot \frac{a \cdot m_a}{2} = 9^2 + 2 \cdot 9 \cdot 12,20 = 81 + 219,6$$

$$A = 300,6 \text{ cm}^2$$

2 pont

2 pont

1 pont

2 pont

2 pont

1 pont

2 pont

2 pont

1 pont

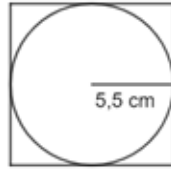
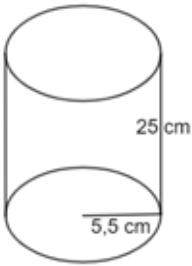
2 pont

2 pont

1 pont

4. Vázlat:

2 pont



Henger:

$$A = r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot M = (\text{felül nyitott})$$

$$= 5,5^2 \cdot \pi + 2 \cdot 5,5 \cdot \pi \cdot 25 = 30,25 \cdot \pi + 275 \cdot \pi$$

$$A \approx 958,97 \text{ cm}^2 \text{ a váza felszíne.}$$

$$V = T \cdot M = r^2 \cdot \pi \cdot M = 5,5^2 \cdot \pi \cdot 25$$

$$V \approx 2375,83 \text{ cm}^3 \text{ a váza térfogata.}$$

$$V \approx 23,76 \text{ dl víz fér a vázába.}$$

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

Négyzetesoszlop:

$$A = 2 \cdot (2 \cdot 5,5)^2 + 4 \cdot (2 \cdot 5,5) \cdot 25 = 242 + 1100$$

$$A = 1342 \text{ cm}^2 \text{ a doboz felszíne.}$$

$$V = T \cdot M = (2 \cdot 5,5)^2 \cdot 25$$

$$V = 3025 \text{ cm}^3 \text{ a doboz térfogata.}$$

2 pont

1 pont

1 pont

1 pont

Térfogat: $3025 : 2375,83 = 1,27$ -szorososa a doboz térfogata a vázáénak.

1 pont

Összesen: 50 pont		
Értékelés:	45 – 50	5
	38 – 44	4
	25 – 37	3
	15 – 24	2
	0 – 14	1

A csoport

6. Témazáró feladatsor megoldása – Egyenletek, egyenlőtlenségek

Egyenletek, egyenlőtlenségek; szöveges feladatok

1.

$$\frac{x-2}{5} - \frac{2x+9}{3} - \frac{7x-4}{10} = -17$$

/ közös nevezőre hozás

$$\frac{6 \cdot (x-2)}{30} - \frac{10 \cdot (2x+9)}{30} - \frac{3 \cdot (7x-4)}{30} = -17$$

/ · 30

1 pont

$$6x - 12 - 20x - 90 - 21x + 12 = -510$$

3 pont

(tagonként 0,5 pont)

$$-35x - 90 = -510$$

/ + 90

1 pont

$$-35x = -420$$

/ : (-35)

1 pont

$$x = 12$$

1 pont

Ell. Bal o.:

$$\frac{12-2}{5} - \frac{2 \cdot 12+9}{3} - \frac{7 \cdot 12-4}{10} = 2 - 11 - 8 = -17$$

1 pont

2. $4(18 - 5x) - 12(3x - 7) \leq 15(2x - 16) - 6(x + 14)$ 2 pont

$$72 - 20x - 36x + 84 \leq 30x - 240 - 6x - 84$$

$$156 - 56x \leq 24x - 324$$

$$/ + 56x$$

$$156 \leq 80x - 324$$

$$/ + 324$$

$$480 \leq 80x$$

$$/ : 80$$

$$x \geq 6$$



1 pont

3.

	tízés	egyés	szám
eredeti	$2x$	x	$10 \cdot 2x + x = 21x$
felcserélt	x	$2x$	$10 \cdot x + 2x = 12x$

2 pont

$$2 \cdot 12x - 21x = 12$$

2 pont

$$3x = 12 \quad / : 3$$

1 pont

$$x = 4$$

1 pont

Az eredeti szám: 84; a felcserélt pedig 48.

1 pont

Ell.: $2 \cdot 48 - 84 = 96 - 84 = 12$

1 pont

4.

	$v\left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$	$t(\text{h})$	$s(\text{km})$
kerékpáros	16	t	$16t$
motoros	24	$t - 1$	$24(t - 1)$

2 pont

$$16t = 24(t - 1)$$

2 pont

$$16t = 24t - 24 \quad / + 24$$

$$24 + 16t = 24t \quad / - 16t$$

1 pont

$$24 = 8t \quad / : 8$$

$$t = 3$$

1 pont

$$s = 16t = 16 \cdot 3 = 48$$

1 pont

A kerékpáros indulásától számított 3 óra múlva éri utol a motoros, az A várostól 48 km-re.

1 pont

Ell.: $24 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 2\text{h} = 48 \text{ km}$

1 pont

5.

	mennyiség (l)	töménység (%)	oldott anyag mennyisége (l)
1. oldat	x	24	$x \cdot 0,24$
2. oldat	3	48	$3 \cdot 0,48$
keverék	$x + 3$	40	$(x + 3) \cdot 0,4$

2 pont

$$0,24x + 3 \cdot 0,48 = (x + 3) \cdot 0,4$$

2 pont

$$0,24x + 1,44 = 0,4x + 1,2 \quad / - 0,24x$$

1 pont

$$1,44 = 0,16x + 1,2 \quad / - 1,2$$

$$0,24 = 0,16x \quad / : 0,16$$

1 pont

$$x = 1,5$$

1 pont

1,5 l sóoldatra van szükség.

1 pont

Ell.: $1,5 \cdot 0,24 + 3 \cdot 0,48 = 0,36 + 1,44 = 1,8$ és $(1,5 + 3) \cdot 0,4 = 1,8$

1 pont

6.

	1. csapat	2. csapat	3. csapat
egyedül	6 nap	5 nap	8 nap
1 nap alatt	$\frac{1}{6}$ rész	$\frac{1}{5}$ rész	$\frac{1}{8}$ rész
x nap alatt	$\frac{x}{6}$ rész	$\frac{x}{5}$ rész	$\frac{x}{8}$ rész

2 pont

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{5} + \frac{x}{8} = 1 \quad / \cdot 120$$

2 pont

$$20x + 24x + 15x = 120$$

1 pont

$$59x = 120 \quad / : 59$$

1 pont

$$x = \frac{120}{59}$$

1 pont

Kb. 2 nap alatt lesznek készen, ha együtt dolgoznak.

1 pont

Ell.: $\frac{120}{59} + \frac{120}{59} + \frac{120}{59} = \frac{20}{59} + \frac{24}{59} + \frac{15}{59} = 1$

1 pont

Összesen: 50 pont

Értékelés:	45 – 50	5
	38 – 44	4
	25 – 37	3
	15 – 24	2
	0 – 14	1

6. Témazáró feladatsor megoldása – Egyenletek, egyenlőtlenségek

Egyenletek, egyenlőtlenségek; szöveges feladatok

1.

$$\frac{x-1}{2} + \frac{3x-1}{4} - \frac{5x-1}{6} = 4$$

/közös nevezőre hozás

$$\frac{6 \cdot (x-1)}{12} + \frac{3 \cdot (3x-1)}{12} - \frac{2 \cdot (5x-1)}{12} = 4$$

/ · 12

1 pont

$$6x - 6 + 9x - 3 - 10x + 2 = 48$$

(tagonként 0,5 pont)

3 pont

$$5x - 7 = 48$$

/ + 7

1 pont

$$5x = 55$$

/ : 5

1 pont

$$x = 11$$

1 pont

Ell. Bal o.:

$$\frac{11-1}{2} + \frac{3 \cdot 11 - 1}{4} - \frac{5 \cdot 11 - 1}{6} = 5 + 8 - 9 = 4$$

1 pont

2.

$$5(29 - 3x) - 3(19 + 2x) \geq 8(x - 4) - 2(5x - 3)$$

$$145 - 15x - 57 - 6x \geq 8x - 32 - 10x + 6$$

2 pont

$$88 - 21x \geq -2x - 26$$

/ + 21x

1 pont

$$88 \geq 19x - 26$$

/ + 26

1 pont

$$114 \geq 19x$$

/ : 19

1 pont

$$x \leq 6$$

1 pont



1 pont

3.

	tízés	egyés	szám
eredeti	x	$2x$	$10 \cdot x + 2x = 12x$
módosított	$x + 2$	$2x + 3$	$10 \cdot (x + 2) + 2x + 3 = 12x + 23$

2 pont

$$12x + 12x + 23 = 95$$

/ - 23

2 pont

$$24x = 72$$

/ : 24

1 pont

$$x = 3$$

1 pont

Az eredeti szám: 36; a módosított pedig 59.

1 pont

Ell.: $36 + 59 = 95$

1 pont

4.

	$v\left(\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)$	$t(\text{h})$	$s(\text{km})$
teherautó	62	t	$62t$
személyautó	84	t	$84t$

$$62t + 84t = 584$$

$$146t = 584 \quad / : 146$$

$$t = 4$$

$$s = 62t = 62 \cdot 4 = 248$$

4 óra múlva találkoznak a teherautó indulási helyétől 248 km-re.

2 pont

2 pont

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

Ell.: $84t = 84 \cdot 4 = 336$; és $248 + 336 = 584$

1 pont

5.

	mennyiség (kg)	töménység (%)	oldott anyag mennyisége (kg)
1. kénsav	7	30	$7 \cdot 0,3$
2. kénsav	5	42	$3 \cdot 0,42$
keverék	$7 + 5 = 12$	x	$12x$

$$7 \cdot 0,3 + 5 \cdot 0,42 = 12x$$

$$2,1 + 2,1 = 12x$$

$$4,2 = 12x \quad / : 12$$

$$x = 0,35$$

A keverék 35%-os lett.

2 pont

2 pont

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

Ell.: $12 \cdot 0,35 = 4,2$

1 pont

6.

	1. csap	2. csap	lefolyó
egyedül	50 perc	40 perc	100 perc
1 perc alatt	$\frac{1}{50}$ rész	$\frac{1}{40}$ rész	$\frac{1}{100}$ rész
x perc alatt	$\frac{x}{50}$ rész	$\frac{x}{40}$ rész	$\frac{x}{100}$ rész

$$\frac{x}{50} + \frac{x}{40} - \frac{x}{100} = 1 \quad / \cdot 200$$

$$4x + 5x - 2x = 200$$

$$7x = 200 \quad / : 7$$

$$x = \frac{200}{7}$$

Kb. 28,57 perc alatt telik meg a medence.

2 pont

2 pont

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

Ell.: $\frac{200}{7} + \frac{200}{40} - \frac{200}{100} = \frac{4}{7} + \frac{5}{7} - \frac{2}{7} = 1$

1 pont

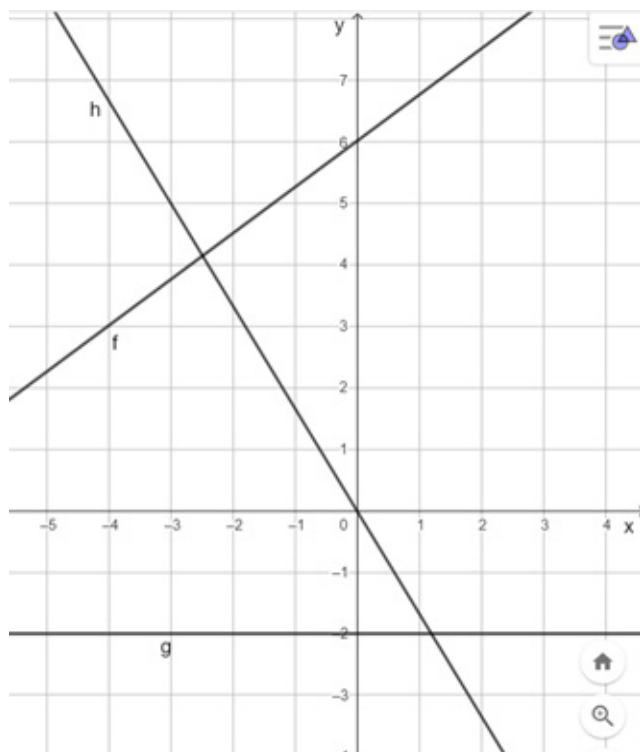
Összesen: 50 pont		
Értékelés:	45 – 50	5
	38 – 44	4
	25 – 37	3
	15 – 24	2
	0 – 14	1

A csoport

7. Témazáró feladatsor megoldása – Függvények

Lineáris függvény, nemlineáris függvények; egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása; sorozatok

1.



f , g és h függvények ábrázolása 2-2-2 pont

f : elsőfokú függvény

g : nulladfokú, vagy konstans függvény

h : egyenes arányosság függvény

6 pont

1 pont

1 pont

1 pont

2. *Algebrai megoldás:*

$$5 + 3x = 20 - 2x \quad / + 2x$$

$$5 + 5x = 20 \quad / - 5$$

$$5x = 15 \quad / : 5$$

$$x = 3$$

1 pont

1 pont

Ell.: 3 perc múlva a hideg víz hőmérséklete $5 + 3 \cdot 3 = 14$ °C

1 pont

3 perc múlva a melegebb víz hőmérséklete $20 - 2 \cdot 3 = 14$ °C

1 pont

Grafikus megoldás:

a hideg víz hőmérséklete: $5 + 3x \rightarrow b(x) = 5 + 3x$

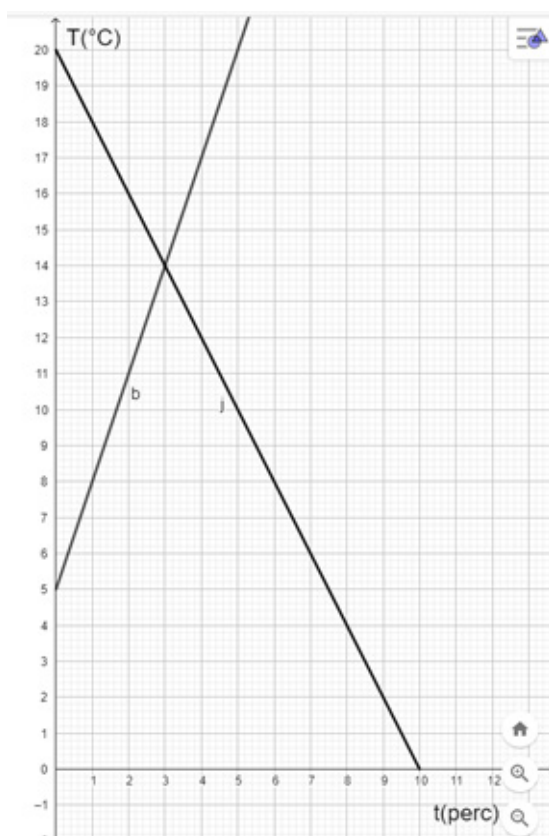
2 pont

a melegebb víz hőmérséklete: $20 - 2x \rightarrow j(x) = 20 - 2x$

2 pont

A melegítés kezdetétől számított 3 percig az eredetileg melegebb víz hőmérséklete nagyobb.

1 pont

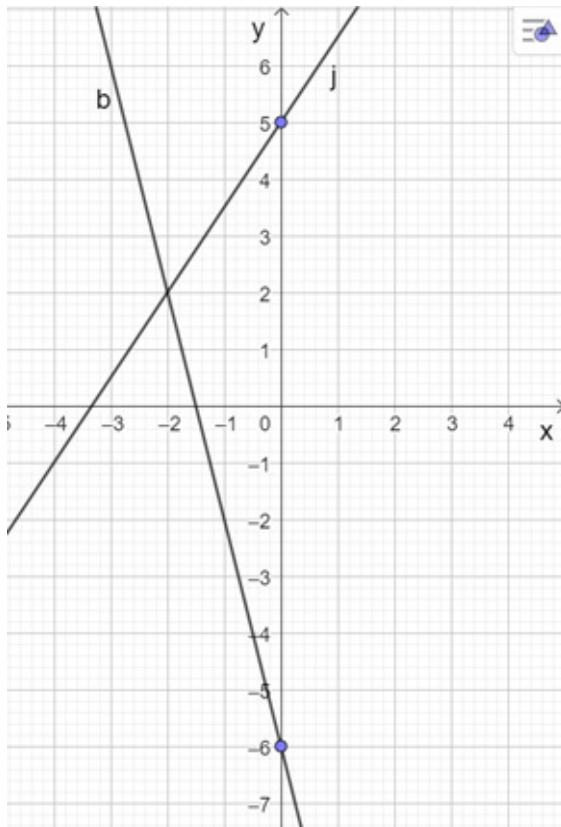


egy-egy függvény ábrázolása 2-2 pont

4 pont

3. $b(x) = -4x - 6; \quad j(x) = \frac{3}{2}x + 5$

1 pont



egy-egy függvény ábrázolása 2-2 pont
 Metszéspont első koordinátája: $x = -2$

4 pont
 1 pont

Ellenőrzés: $-4x - 6 = -4 \cdot (-2) - 6 = 2$

1 pont

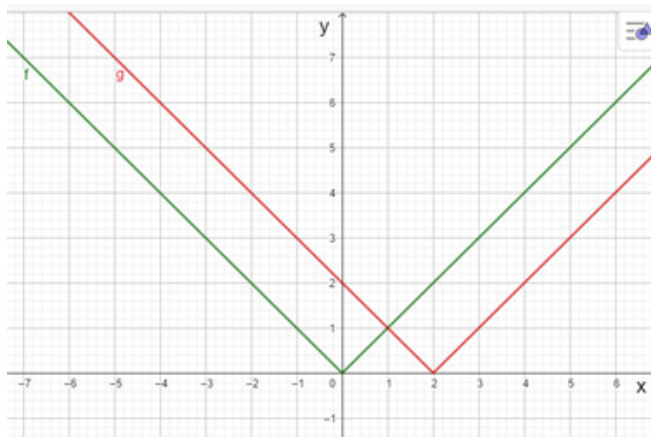
$$\frac{3}{2}x + 5 = \frac{3}{2} \cdot (-2) + 5 = 2$$

1 pont

Egyenlőtlenség: $-4x - 6 < \frac{3}{2}x + 5$, azaz $b < j$
 Megoldás: $x > -2$

1 pont
 1 pont

4. a)



Ábrázolhat táblázat segítségével, vagy transzformációval.

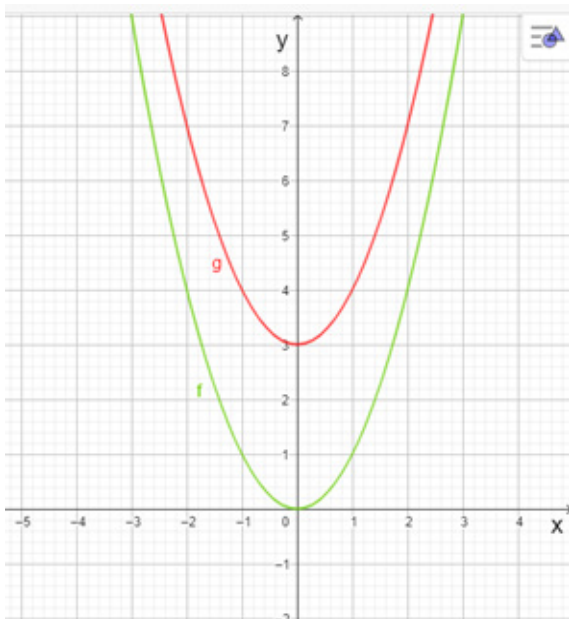
Az $|x|$ függvény ábrázolása

2 pont

Az $|x - 2|$ függvény ábrázolása

3 pont

b)



Ábrázolhat táblázat segítségével,
vagy transzformációval.

Az x^2 függvény ábrázolása

2 pont

Az $x^2 + 3$ függvény ábrázolása

3 pont

5. a) Szabály: minden tag az előzőnél 3-mal nagyobb

$$\begin{aligned} 10. \text{ tag: } & 2 + 9 \cdot 3 = \\ & = 29 \end{aligned}$$

1 pont

2 pont

1 pont

b) Szabály: minden tag az előző 2-szerese

$$\begin{aligned} 10. \text{ tag: } & 3 \cdot 2^9 = \\ & = 1536 \end{aligned}$$

1 pont

2 pont

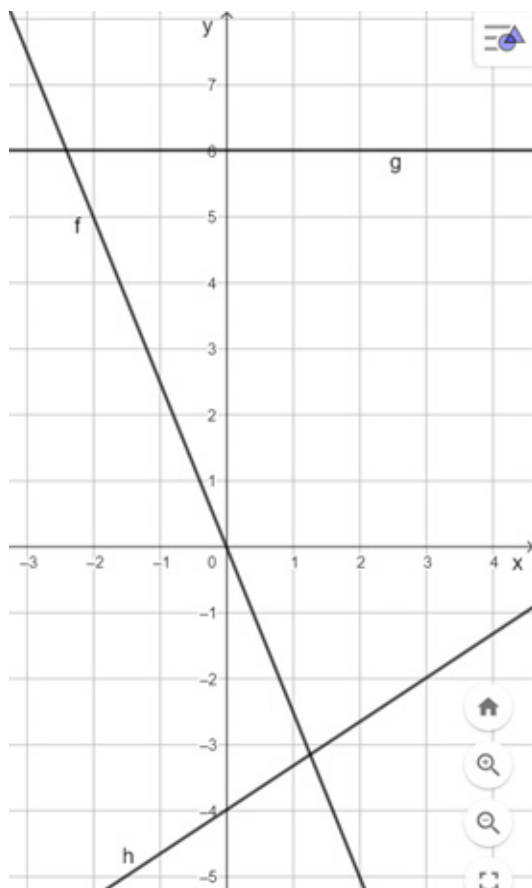
1 pont

Összesen: 50 pont		
Értékelés:	45 – 50	5
	38 – 44	4
	25 – 37	3
	15 – 24	2
	0 – 14	1

7. Témazáró feladatsor megoldása – Függvények

Lineáris függvény, nemlineáris függvények; egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása; sorozatok

1.



f , g és h függvények ábrázolása 2-2-2 pont

f : egyenes arányosság függvény

g : nulladfokú, vagy konstans függvény

h : elsőfokú függvény

6 pont

1 pont

1 pont

1 pont

2. Algebrai megoldás:

$$5x = 15(x - 2)$$

$$5x = 15x - 30 \quad / + 30$$

$$5x + 30 = 15x \quad / - 5x$$

$$10x = 30 \quad / : 10$$

$$x = 3$$

1 pont

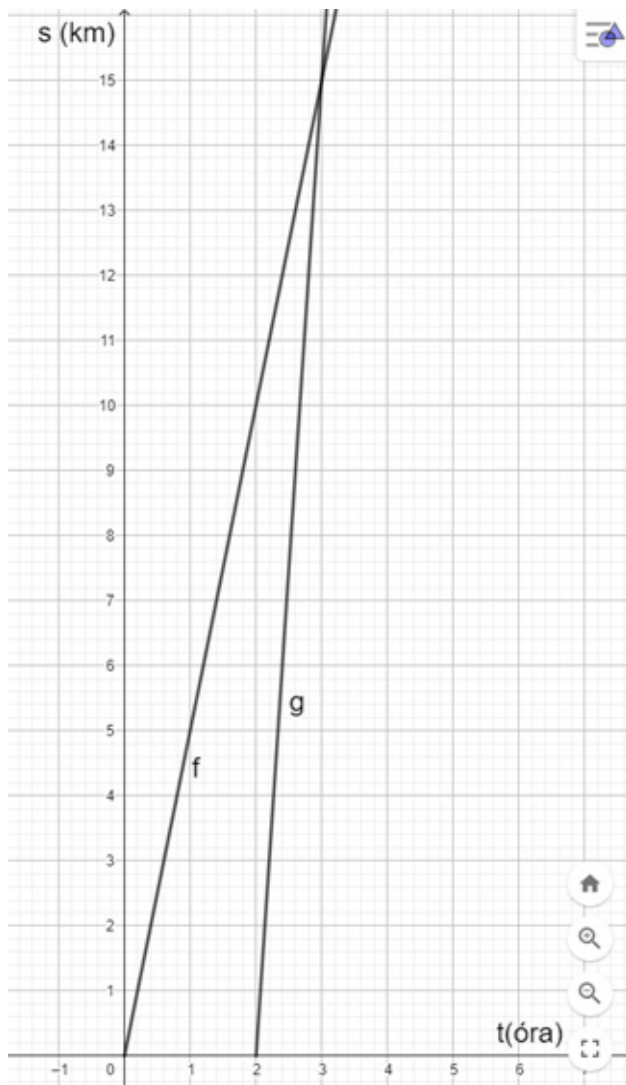
1 pont

Ell.: 3 óra múlva Feri $5 \cdot 3 = 15$ km-re jut.

3 óra múlva Gabi $15(3 - 2) = 15 \cdot 1 = 15$ km-re jut.

1 pont

1 pont



Grafikus megoldás:

Feri által megtett út:

$$5x \rightarrow b(x) = 5x$$

2 pont

Gabi által megtett út:

$$15(x - 2) \rightarrow j(x) = 15x - 30$$

2 pont

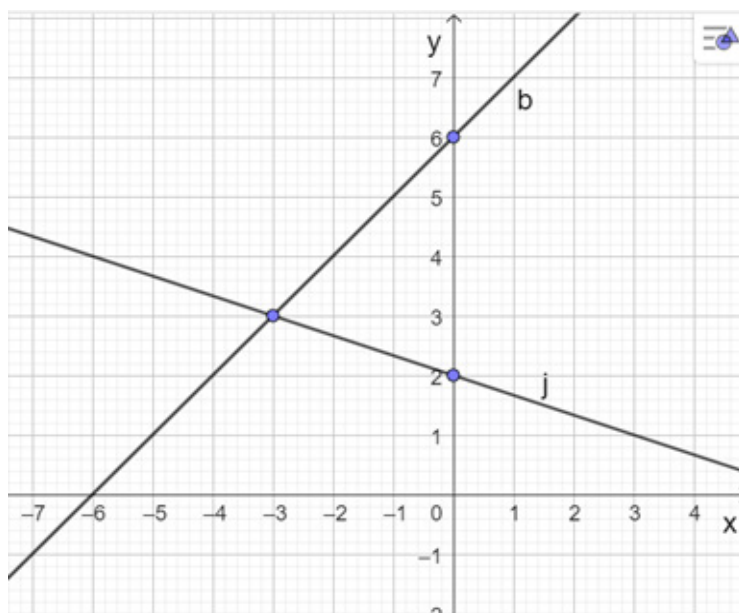
4 pont

Gabi 3 órával Feri indulása után érte utol őt az A várostól 15 km-re.

1 pont

3. $b(x) = x + 6$; $j(x) = -\frac{1}{3}x + 2$

1 pont



egy-egy függvény ábrázolása 2-2 pont

4 pont

Metszéspont első koordinátája: $x = -3$

1 pont

Ellenőrzés: $x + 6 = -3 + 6 = 3$

1 pont

$$-\frac{1}{3}x + 2 = -\frac{1}{3} \cdot (-3) + 2 = 3$$

1 pont

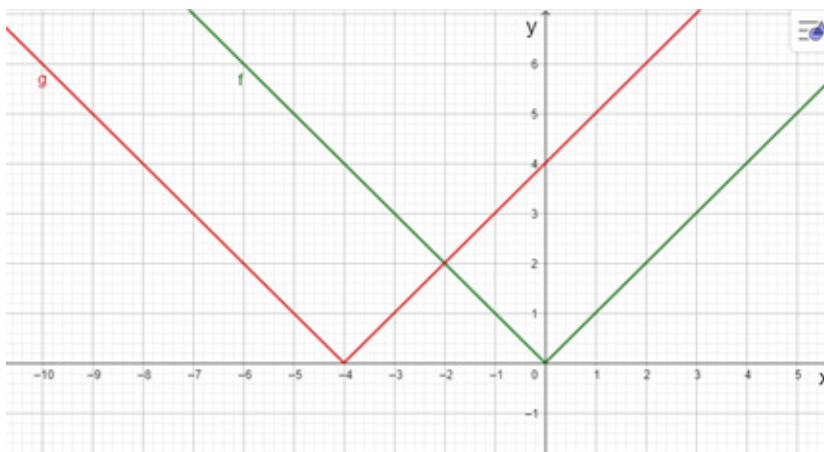
Egyenlőtlenség: $x + 6 > -\frac{1}{3}x + 2$, azaz $b > j$

1 pont

Megoldás: $x > -3$

1 pont

4. a)



Ábrázolhat táblázat segítségével, vagy transzformációval.

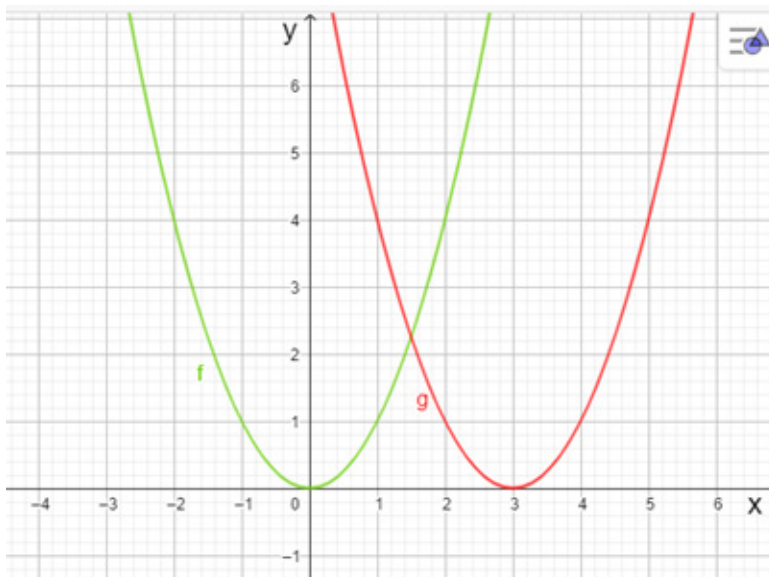
Az $|x|$ függvény ábrázolása

2 pont

Az $|x + 4|$ függvény ábrázolása

3 pont

b)



Ábrázolhat táblázat segítségével, vagy transzformációval.

Az x^2 függvény ábrázolása

2 pont

Az $(x - 3)^2$ függvény ábrázolása

3 pont

5. a) Szabály: minden tag az előzőnél 4-gyel nagyobb

$$10. \text{ tag: } 1 + 9 \cdot 4 = \\ = 37$$

b) Szabály: minden tag az előző 3-szorosa

$$10. \text{ tag: } 2 \cdot 3^9 = \\ = 39\,366$$

1 pont
2 pont
1 pont
1 pont
2 pont
1 pont

Összesen: 50 pont		
Értékelés:	45 - 50	5
	38 - 44	4
	25 - 37	3
	15 - 24	2
	0 - 14	1

Felvételi feladatsor megoldása

1. a) $2a + 3b = 2 \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{3} - \frac{3}{2} = \frac{4-9}{6} = -\frac{5}{6}$

1 pont

b) $2a - 3b = 2 \cdot \frac{1}{3} - 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{3} + \frac{3}{2} = \frac{4+9}{6} = \frac{13}{6}$

1 pont

c) $a \cdot \frac{b}{2} = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2} : 2\right) = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{12}$

1 pont

d) $a : \frac{b}{3} = \frac{1}{3} : \left(-\frac{1}{2} : 3\right) = \frac{1}{3} : \left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{3} \cdot (-6) = -2$

1 pont

e) $\frac{a^2}{b^3} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 : \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{9} : \left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{9} \cdot (-8) = -\frac{8}{9}$

1 pont

2. a) $5750 \text{ mm} - 25,5 \text{ dm} = 3,2 \text{ m}$
57,5 dm 32 dm

1 pont

b) $25\,400 \text{ mm}^2 = 3,8 \text{ dm}^2 - 126 \text{ cm}^2$
254 cm² 380 cm²

1 pont

c) $45,6 \text{ dl} + 150 \text{ cm}^3 = 4,71 \text{ dm}^3$
4,56 l 0,15 dm³

1 pont

d) $2,9 \text{ kg} - 630 \text{ g} = 227 \text{ dkg}$
290 dkg 63 dkg

1 pont

e) $\frac{2}{3} \text{ nap} - 12 \text{ h} = 240 \text{ min}$

1 pont

16 h - 12 h = 4 h

3. 7479; 7497; 7947; 4797; 9747

5 pont

4.

jegyek	középponti szög	%	darabszám
1	18°	5	6
2	36°	10	12
3	72°	20	24
4	90°	25	30
5	144°	40	48

$$360^\circ - (18^\circ + 36^\circ + 90^\circ + 144^\circ) = 360^\circ - 288^\circ = 72^\circ$$

1 pont

A 18° a 360°-nak a 20-ad része, azaz 5%-a. A 36° ennek 2-szerese, azaz 10%-a.

A 72° ismét 2-szeres, azaz 20%. A 144° újra 2-szerese az előzőnek, azaz 40%.

A 90° pedig a 360°-nak a negyed része, azaz 25%-a.

1 pont

A %-értékek kiszámítása

1 pont

a) $30 : 24 = 1,25$ -szorososa

1 pont

b) $30 : 48 \cdot 100\% = 62,5\%$

1 pont

c) $(6 \cdot 1 + 12 \cdot 2 + 24 \cdot 3 + 30 \cdot 4 + 48 \cdot 5) : 120 = 462 : 120 = 3,85$

1 pont

5. a) B

1 pont

b) A és C

1 pont

c) B

1 pont

d) A; B és C

1 pont

6. 1. nap: $40 \text{ km} \cdot \frac{3}{8} = 15 \text{ km}$

1 pont

3. nap: $40 \text{ km} \cdot 0,2 = 8 \text{ km}$

1 pont

4. nap: $40 \text{ km} - (15 \text{ km} + 12 \text{ km} + 8 \text{ km}) = 5 \text{ km}$

1 pont

$15 \text{ km} - 5 \text{ km} = 10 \text{ km}$ -rel többet gyalogoltunk az 1. nap.

1 pont

7. Mivel $BC = CD$, ezért a BCD háromszög egyenlő szárú, azaz a $CBD \sphericalangle = 68^\circ$, és ez a külső szög fele. Így a külső szög 136° , azaz $\beta = 44^\circ$.

2 pont

A BCD háromszög harmadik szöge szintén 44° , ami szintén a külső szög fele, azaz a külső szög 88° . Így $\gamma = 92^\circ$.

2 pont

A háromszög belső szögeinek összege 180° , ezért $\alpha = 44^\circ$.

1 pont

8. 1. polc: x db; 2. polc: $x + 6$ db; 3. polc: $(2x + 6) : 3$

1 pont

$x + (2x + 6) : 3 = 72$, amiből: $x = 42$.

3 pont

1. polc: 42 db; 2. polc: 48 db; 3. polc: 30 db könyv van.

1 pont

9. 1. iskola: x tanuló; 2. iskola: $1520 - x$ tanuló

1 pont

Kitűnők: 1. iskola: $0,2 \cdot x$; 2. iskola: $(1520 - x) : 6$

1 pont

$0,2 \cdot x + (1520 - x) : 6 = 275$

1 pont

amiből $x = 650$

1 pont

Az 1. iskolába 650 tanuló jár és közülük 130 kitűnő.

1 pont

A 2. iskolába 870 tanuló jár és közülük 145 kitűnő.

1 pont

10. A test legrövidebb éle a négyzetesoszlop alapéle, azaz $a = 2$ cm; a leghosszabb éle pedig a négyzetesoszlop magassága és 2 db alapél összesen, azaz $m + 2a$. Ebből a négyzetesoszlop magassága 8 cm.

1 pont

Kocka: $V = a^3 = 2^3$, azaz egy kocka térfogata 8 cm^3 , 4 darabé 32 cm^3 .

1 pont

Négyzetesoszlop: $V = a^2 \cdot m = 2^2 \cdot 8 = 32$

1 pont

8 db négyzetesoszlop térfogata: $8 \cdot 32 \text{ cm}^3 = 256 \text{ cm}^3$

1 pont

A test térfogata: $32 \text{ cm}^3 + 256 \text{ cm}^3 = 288 \text{ cm}^3$

1 pont